

2017-16	فرض رقم 4	الأولى علوم رياضية
التمرين الأول		
<p>On considère les ensembles : $A = \{6k + 1 / k \in \mathbb{Z}\}$; $B = \{3k' - 2 / k' \in \mathbb{Z}\}$ et $C = \{4p + 3 / p \in \mathbb{Z}\}$</p> <p>1) montrer que $A \subset B$. est-ce qu'on a $A = B$?</p> <p>2) vérifier que $19 \in B \cap C$ et déterminer en extension l'ensemble $B \cap C$</p>		
التمرين الثاني		
<p>Soit $(U_n)_n$ la suite définie par : $U_0 = 3$; $U_{n+1} = \frac{U_n - 8}{2U_n - 9}$. on pose $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n - 4}$</p> <p>1) vérifier que $(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} = \frac{1}{2} - \frac{7}{2(2U_n - 9)}$ et montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) 1 < U_n < 4$</p> <p>2) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n - U_{n+1} = \frac{2(U_n - 1)(U_n - 4)}{2U_n - 9}$; étudier la monotonie de $(U_n)_n$</p> <p>3) a) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} - 4 \leq \frac{1}{3} U_n - 4$</p> <p>b) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n - 4 \leq 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$</p> <p>4) a) montrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{7}$</p> <p>b) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n = \frac{7^n + 8}{7^n + 2}$</p>		
التمرين الثالث		
<p>Soit f l'application de $D = \left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$ vers $\mathbb{R} \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x - 1}}$</p> <p>1) résoudre dans D l'équation $f(x) = \sqrt{2}$. f est-elle injective ?</p> <p>2) développer $(\sqrt{2x - 1} - 1)^2$ et déduire que $f(D) \subset [1, +\infty[$ $f(D) \subset [1, +\infty[$. est-elle surjective de D vers \mathbb{R} ?</p> <p>3) soit g la restriction de f sur $I = [1, +\infty[$</p> <p>a) développer $(2x - 1)\left(y - \frac{1}{2}\right)$ et montrer que $(\forall (x, y) \in I^2) 2xy - x - y > 0$</p> <p>b) montrer que est injective sur I</p> <p>4) a) montrer que $(\forall y \in]1, +\infty[) y^2 - y\sqrt{y^2 - 1} < 1$</p> <p>b) montrer que g est une bijection de I vers I et définir sa réciproque g^{-1}</p>		